

B2. $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Leftrightarrow P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B)$

Άρα $P(A \cap B) = \frac{4}{10} + \frac{5}{10} - \frac{8}{10} = \frac{1}{10}$

Επίσης $P(B - A) = P(B) - P(B \cap A) = \frac{5}{10} - \frac{1}{10} = \frac{4}{10}$

Θέμα Γ

A. α) $|2x - 1| + |y| = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 1 = 0 \\ y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = 0 \end{cases}$

β) $x^2 + y^2 + 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow (x + 1)^2 + y^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x + 1 = 0 \\ y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 0 \end{cases}$

B. Επειδή $|x^2 + 7| \geq 0$ και $|x^2 + 4x + 4| \geq 0$ έχουμε

$$\Lambda = |x^2 + 7| + |x^2 + 4x + 4| = |x^2 + 7| + |(x + 2)^2| = x^2 + 7 + (x + 2)^2 = x^2 + 7 + x^2 + 4x + 4 = 2x^2 + 4x + 11$$

Γ. Για $x \neq -2$ έχουμε

$$x^3 - 6x^2 + 12x - 8 \leq \left| \frac{x^2 - 4}{x + 2} \right|^3 \Leftrightarrow (x - 2)^3 \leq \left| \frac{(x - 2)(x + 2)}{x + 2} \right|^3 \Leftrightarrow (x - 2)^3 \leq |x - 2|^3 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow x - 2 \leq |x - 2|$$

Η τελευταία ισχύει για κάθε $x \neq -2$

Θέμα Δ

Δ1. $|x_1 - x_2| = \left| \frac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2\alpha} - \frac{-\beta \mp \sqrt{\Delta}}{2\alpha} \right| = \left| \frac{\pm 2\sqrt{\Delta}}{2\alpha} \right| = \frac{|\sqrt{\Delta}|}{|\alpha|} = \frac{\sqrt{\Delta}}{|\alpha|}$

Δ2. Η εξίσωση είναι τριώνυμο με μεταβλητή το x άρα έχει πραγματικές ρίζες όταν $\Delta \geq 0$.

Έχουμε $\Delta = [-(\alpha + 2\beta)]^2 - 4\alpha\beta = \alpha^2 + 4\alpha\beta + 4\beta^2 - 4\alpha\beta = \alpha^2 + 4\beta^2 > 0$

Δ3. Η εξίσωση έχει διπλή ρίζα όταν $\Delta = 0$.

Έχουμε $\Delta = [-(\lambda - 3)]^2 - 4\lambda(\lambda + 5) = \lambda^2 - 6\lambda + 9 - 4\lambda^2 - 20\lambda = -3\lambda^2 - 26\lambda + 9$.

Τότε $\Delta = 0 \Leftrightarrow -3\lambda^2 - 26\lambda + 9 = 0$

Η τελευταία έχει διακρίνουσα $\Delta_1 = (-26)^2 - 4(-3)9 = 676 + 108 = 784 = 28^2$

$$\text{Τότε } \lambda_{1,2} = \frac{26 \pm 28}{-6} \Rightarrow \begin{aligned} \lambda_{1,2} &= \frac{26-28}{-6} = \frac{1}{3} \\ \lambda_{1,2} &= \frac{26+28}{-6} = -9 \end{aligned}$$

Η διπλή ρίζα της αρχικής εξίσωσης είναι $x = \frac{\lambda-3}{2\lambda}$ άρα $x = \frac{\frac{1}{3}-3}{2 \cdot \frac{1}{3}} = \frac{-\frac{8}{3}}{\frac{2}{3}} = -4$ ή $x = \frac{-9-3}{2(-9)} = \frac{2}{3}$

ΟΡΟΣΗΜΟ

Επιμέλεια: ΝΑΣΙΟΠΟΥΛΟΣ ΣΤΕΡΓΙΟΣ

Τομέας Μαθηματικών

Ορόσημο Αθήνας