



5^ο ΘΕΜΑ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ

ΑΛΓΕΒΡΑ

ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ Β΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

A. (α) Αν $0 < a \neq 1$ και $\theta_1, \theta_2 > 0$ να αποδείξετε ότι: $\log_a(\theta_1 \cdot \theta_2) = \log_a \theta_1 + \log_a \theta_2$

Μονάδες 6

(β) Να αποδείξετε ότι ένα πολυώνυμο $P(x)$ έχει παράγοντα το $x - \rho$ αν και μόνο αν το ρ είναι ρίζα του $P(x)$, δηλαδή αν και μόνο αν $P(\rho) = 0$.

Μονάδες 5

B. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με **Σωστό** (Σ) ή **Λάθος** (Λ)

(α) Αν το υπόλοιπο της διαίρεσης δύο πολυωνύμων είναι πολυώνυμο μηδενικού βαθμού τότε η διαίρεση λέγεται τέλεια

(β) Ισχύει $\log 3 + 2\log 4 - \log 12 = \log 2$

(γ) Η συνάρτηση $f(x) = a^x$ με $a > 1$ είναι γνησίως αύξουσα στο \mathbb{R} .

(δ) Ισχύει ότι $a = e^{\ln a}$, $a > 0$.

Μονάδες 8

Γ. Αν το υπόλοιπο της διαίρεσης του $P(x)$ με το $x^2 - 5x + 6$ είναι $2x - 6$, τότε το υπόλοιπο της διαίρεσης του $P(x)$ με το $x - 2$ είναι:

A. 2 B. -8 Γ. -4 Δ. -2 E. 1

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 2\alpha\mu^3x + (2\beta - 6)\eta\mu^2x - (3\beta - \alpha)\eta\mu x + \beta$

B. 1. Να βρεθούν τα $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ ώστε η γραφική παράσταση της f να διέρχεται από το σημείο $A(0, \sqrt{3})$ και η ρίζα της είναι το $x = \frac{\pi}{6}$

Μονάδες 9

B. 2. Για $\alpha = 2$ και $\beta = \sqrt{3}$

(α) να λύσετε την εξίσωση $f(x) = 0$

Μονάδες 8

(β) αν $g(x) = (f(0) - \sqrt{3})x^4 - 2x^3 + (f(\frac{\pi}{6}) - 1)x^2 + 3(f(\frac{\pi}{2}) - 1)x + 2$ να βρείτε το πηλίκο $\pi(x)$ και το υπόλοιπο της διαίρεσης του $g(x)$ δια του $x + 1$ και να γράψετε το $g(x)$ με την ταυτότητα της ευκλείδειας διαίρεσης

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται το σύστημα:
$$\begin{cases} \lambda x + \lambda \psi = 5\lambda^4 - 4 \\ x + \lambda \psi = \lambda \end{cases} (\Sigma)$$

α) Να λυθεί το σύστημα (Σ) για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$

β) Αν το σύστημα (Σ) έχει μία λύση (x_0, ψ_0) να βρεθούν οι τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ ώστε:

i) $x_0 + \psi_0 = \lambda^2 + \lambda - 1$

ii) $x_0 + \psi_0 \geq \lambda^2 + \lambda - 1$

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \ln \frac{4 - e^{2x}}{3e^x}$

Δ.1. Να βρείτε για ποιες τιμές του x ορίζεται η συνάρτηση f

Μονάδες 9

Δ.2. Να βρείτε για ποιες τιμές του x η γραφική της παράσταση βρίσκεται πάνω από τον άξονα $x'x$

Μονάδες 8

Δ.3. Να συγκρίνεται τους αριθμούς $f(0)$ και $f(\ln \frac{2}{3})$

Μονάδες 8

ΟΡΟΣΗΜΟ