2ο ΘΕΜΑ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ

ΑΛΓΕΒΡΑ

ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ Β΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. Αν $\alpha > 0$ με $\alpha \neq 1$, να αποδείξετε ότι για κάθε $\theta > 0$ και $\kappa \in \mathbb{R}$ ισχύει: $log_\alpha \theta^\kappa = \kappa' log_\alpha \theta$.

Μονάδες 8

Α2. Να δώσετε τις προϋποθέσεις που πρέπει να ισχύουν ώστε δυο πολυώνυμα $P(x) = \alpha_\nu x^\nu + \alpha_{\nu-1} x^{\nu-1} + \ldots + \alpha_1 x + \alpha_0$ και
$Q(x) = \beta_\nu x^\nu + \beta_{\nu-1} x^{\nu-1} + \ldots + \beta_1 x + \beta_0$ να είναι ίσα μεταξύ τους.

Μονάδες 7

Α3. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν ως Σωστό ή Λάθος.

i. Ισχύει $logx^\kappa = \kappa logx$, για $x, \kappa \in \mathbb{R}$.
ii. Ο σταθερός όρος του πολυώνυμου $\mathrm{P}(x) = (x-1)^2 + x + 2$ είναι 2.
iii. Το π είναι ρίζα της εξίσωσης $\sigma\upsilon\nu x + 1 = \eta\mu 2x$.
iv. Για κάθε $x \in \mathbb{R}$ ισχύει $\left(\frac{1}{3}\right)^x < 3^x$.
v. Ισχύει $5 = lne^5$.

Μονάδες 2x5

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \left(1 - \frac{1}{a}\right)^x$, $a \in \mathbb{R}$.

Β1. Βρείτε τις τιμές για τις οποίες η f ορίζεται σε όλο το $\mathbb{R}$.

Μονάδες 7

Β2. Για ποιες από τις πιο πάνω τιμές που βρήκατε η f είναι γνησίως φθίνουσα.

Μονάδες 8

Β3. Για την μικρότερη ακέραια τιμή που βρήκατε στο (Β2) να λύσετε την εξίσωση $f(2\eta\mu x)+f(\eta\mu x)-2=0$

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται το πολυώνυμο $q(x)=x^4-5x^3+\alpha x+\beta$, που διαιρείται ακριβώς με x^2+x+1.

Γ1. Δείξτε ότι: $\alpha=-1$ και $\beta=5$

Μονάδες 10

Γ2. Λύστε τις εξισώσεις: $q(x)=0$ και $q(2\sigma\upsilon\nu x+2)=0$

Μονάδες 8

Γ3. Βρείτε τα διαστήματα x στα οποία η γραφική παράσταση του $q(x)$ βρίσκεται κάτω από τον άξονα $x'x$.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ Δ

Δίνονται οι συναρτήσεις: $g(x)=a\ln x,\ a\neq 0$ και $f(x)=\dfrac{\beta\cdot\kappa}{\ln(3^x+2)}$ με $\kappa>\ln\sqrt{2},\ \beta\neq 0$.

Δ1. Να βρείτε τα πεδία ορισμού των f,g.

Μονάδες 5

Δ2. Αν το υπόλοιπο της διαίρεσης $(2x^3-x^2+x-2):(x-1)$ είναι το πολυώνυμο $\upsilon(x)=[g(a)-g(\beta)]\cdot x+\dfrac{f(a)}{\kappa}-\dfrac{\beta}{\ln 5}$ βρείτε τα a,β.

Μονάδες 6

Δ3. Να λυθεί η ανίσωση: $f(\log_3 e^{2\kappa})<1$ για τα a,β του ερωτήματος (Δ2).

Μονάδες 6

Δ4. Αν το $g\left(\dfrac{1}{e}\right)$ είναι μια ρίζα της εξίσωσης:

$4x^3+\left(4-g(16)\right)x^2+\left(4\kappa^2-g(16)\right)x+4\kappa^2+g(2a)-g(2)-g(a)=0$ να λυθεί η εξίσωση.

Μονάδες 8

Επιμέλεια: Βιδάλης Ιωάννης, Ορφανού Ειρήνη

Τμήμα Μαθηματικών

Ορόσημο Αγίας Παρασκευής – Χολαργού – Παπάγου