2^{o} ΘΕΜΑ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ Γ΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. Πότε μία συνάρτηση είναι γνησίως αύξουσα στο πεδίο ορισμού της Δ;

Α2. Πότε μία συνάρτηση είναι γνησίως μονότονη;

Α3. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με Σωστό ή Λάθος

α) Μια συνάρτηση f είναι συνεχής στο πεδίο ορισμού της Α αν για κάθε $x_0 \in A$ ισχύει $\lim_{x \to x_0} f(x) = f(x_0)$

β) Ένα τοπικό μέγιστο είναι πάντα μεγαλύτερο από ένα τοπικό ελάχιστο.

γ) Αν μία συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το Α παρουσιάζει μέγιστο στο x_0 τότε $f(x) \geq f(x_0)$ για κάθε $x \in A$

δ) Αν μία συνάρτηση είναι γνησίως μονότονη είναι γνησίως αύξουσα.

ε) Αν $\lim_{x \to x_0} f(x) = l_1$ τότε $\lim_{x \to x_0} \sqrt[\nu]{f(x)} = \sqrt[\nu]{l_1}$ όταν $f(x) \geq 0$ σε μια περιοχή του x_0.

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \dfrac{x^2 + x - 6}{2x^2 - 6x + 4}$

Β1. Να βρεθεί το πεδίο ορισμού Α της f.

Β2. Να απλοποιηθεί η συνάρτηση f

Β3. Να λυθεί η ανίσωση $f(x) \le 0$

Β4. Να υπολογιστεί το $\lim\limits_{x \to 2} f(x)$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Αν η ευθεία $(\varepsilon_1): y = -2x + 4$ και η συνάρτηση $f(x) = x^2 - \alpha x + \beta$ έχουν δυο κοινά σημεία Α και Β με τετμημένες $x_{\mathrm{A}} = 1$ και $x_{\mathrm{B}} = 2$ να βρεθούν τα α και β

Γ2. Να δείξετε ότι μία ευθεία $(\varepsilon_2): y = -3x - 4$ και η γραφική παράσταση της f δεν έχουν κανένα κοινό σημείο.

Γ3. Έστω $g(x) = \frac{1}{x-2} + \frac{1}{x-3}$ να δείξετε ότι $\lim\limits_{x \to 3} \frac{f(x) \cdot g(x) - 1}{x - 3} = 2$

ΘΕΜΑ Δ

Έστω f μια πολυωνυμική συνάρτηση τρίτου βαθμού με συντελεστές $\alpha, \beta, \gamma, \delta \in \Re$ Για τους οποίους ισχύει $\alpha + \delta = \beta = \gamma$ όπου διέρχεται από το σημείο $\mathrm{A}(3, 26)$ και $\lim\limits_{x \to 4} \frac{f(x) \cdot (x^2 - 16)}{32 \cdot (\sqrt{x} - 2)} = 63$

Δ1. Να δείξετε ότι $f(x) = x^3 - 1$

Δ2. Αν $g(x) = \begin{cases} f(0), & x = 1 \\ \dfrac{\kappa \cdot (x^2 - x)}{x - 1}, & x \ne 1 \end{cases}$ με $\kappa \in \Re$, να βρεθεί το κ ώστε η g να είναι συνεχής στο $x_0 = 1$.

Δ3. Έστω $x_1, x_2, ..., x_\nu \in (1, +\infty)$ με $1 < x_1 < x_2 < ... < x_\nu$ και $g(x_1) + g(x_2) + ... + g(x_\nu) = 1$ να δείξετε ότι $g(x_\nu) \le \frac{1}{\nu}$.

Επιμέλεια: Κατσίμπρας Ευθύμης

Τομέας Μαθηματικών

Ορόσημο Πειραιά