



## ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

### ΘΕΜΑ Α

**A1.** Θεωρία σελίδα 9

**A2.** Θεωρία σελίδα 13

**A3.** Θεωρία σελίδα 14

**A4.** (α)  $\wedge$  (β)  $\wedge$  (γ)  $\wedge$  (δ)  $\wedge$  (ε)  $\wedge$

### ΘΕΜΑ Β

**B1.** Πρέπει  $x > 0$  επομένως  $A = (0, +\infty)$

**B2.** Έχουμε  $f(1) = 1 \Leftrightarrow \alpha \ln 1 - \beta = 1 \Leftrightarrow \beta = -1$  και

$$f(e) = e + 1 \Leftrightarrow \alpha \ln e - \beta e^2 = e^2 + 1 \Leftrightarrow \alpha + e^2 = e^2 + 1 \Leftrightarrow \alpha = 1$$

**B3.**  $f(x) = g(x) \Leftrightarrow \ln x + x^x = x^x \Leftrightarrow \ln x = 0 \Leftrightarrow x = 1$

### ΘΕΜΑ Γ

**G1.**  $f(x) = g(x) \Leftrightarrow (x-1)^2 = x^2 - 4x + 7 \Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 = x^2 - 4x + 7 \Leftrightarrow$

$$2x = 6 \Leftrightarrow x = 3 \text{ και } f(3) = (3-1)^2 = 4. \text{ Άρα το σημείο είναι το } A(3, 4).$$

**G2.**  $f(x) = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 = 0 \Leftrightarrow x = 1$  και  $f(1) = 0$  άρα  $B(1, 0)$

**Γ3.** Πρέπει  $3x-3 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 1$  και  $x-1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 1$ . Επομένως  $D_H = (1, +\infty)$

$$\mathbf{\Gamma 4.} \quad \Phi(x) = \frac{x-4}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3x-3}}{x-4} \Leftrightarrow \Phi(x) = \frac{\cancel{x-4}}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{x-1}}{\cancel{x-4}} = \sqrt{x-1}$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+h}-1}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cancel{h}}{\cancel{h} \cdot (\sqrt{1+h}+1)} = \frac{1}{2}$$

### ΘΕΜΑ Δ

$$\begin{aligned} \mathbf{\Delta 1.} \quad \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1}^2 - (x-1)^2}{(x-3) \cdot (x^2+3x+9) \cdot [\sqrt{x+1} + (x-1)]} &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x+1-x^2+2x-1}{(x-3) \cdot (x^2+3x+9) \cdot [\sqrt{x+1} + (x-1)]} = \\ &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{-x \cdot \cancel{(x-3)}}{\cancel{(x-3)} \cdot (x^2+3x+9) \cdot [\sqrt{x+1} + (x-1)]} = \frac{-3}{27 \cdot (2+2)} = -\frac{1}{36} \end{aligned}$$

$$\mathbf{\Delta 2.} \quad \text{Έχουμε } -\frac{1}{36} = -\frac{1}{\alpha^2} \Leftrightarrow \alpha = 6$$

**Δ3.** Στο ισόπλευρο τρίγωνο ΑΒΓ έχουμε ότι η περίμετρος του είναι  $\Pi = 3ΑΓ = 3 \cdot \frac{x-\alpha}{3} = x-\alpha$   
επομένως  $g(x) = x-6$

**Δ4.** Έχουμε ότι  $g(x) = 0 \Leftrightarrow x = 6 \Leftrightarrow \kappa = 6$  και

$$\lim_{x \rightarrow 6} \frac{\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{6}}{x-6} = \lim_{y \rightarrow \sqrt[3]{6}} \frac{y - \sqrt[3]{6}}{y^3 - 6} = \lim_{y \rightarrow \sqrt[3]{6}} \frac{\cancel{(y - \sqrt[3]{6})}}{\cancel{(y - \sqrt[3]{6})} \cdot (y^2 + y\sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{6}^2)} = \frac{1}{3 \cdot \sqrt[3]{36}}$$

Επιμέλεια: Κασιμπρας Ευθύμης

Τομέας Μαθηματικών

Ορόσημο ΠΕΙΡΑΙΑ