



ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

A1. σχολικό σελίδα 161-162

A2. α) Σ β) Λ γ) Λ δ) Σ ε) Σ

ΘΕΜΑ Β

B1. Η ζητούμενη ευθεία είναι της μορφής $(\varepsilon): y = \alpha x + \beta$

$$\begin{cases} A(-2, -1) \in (\varepsilon) \\ B(1, 8) \in (\varepsilon) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2\alpha + \beta = -1 \\ \alpha + \beta = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2(8 - \beta) + \beta = -1 \\ \alpha = 8 - \beta \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -16 + 2\beta + \beta = -1 \\ \alpha = 8 - \beta \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3\beta = 15 \\ \alpha = 8 - \beta \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \beta = 5 \\ \alpha = 3 \end{cases}$$

Άρα η ευθεία είναι η $(\varepsilon): y = 3x + 5$

B2. Για να δείξουμε ότι τα σημεία είναι συνευθειακά αρκεί και το Γ να ανήκει στην (ε) .

Πράγματι: $14 = 3 \cdot 3 + 5$, δηλαδή οι συντεταγμένες του ικανοποιούν την εξίσωση της (ε) άρα Γ ανήκει στην (ε) άρα Α, Β, Γ συνευθειακά.

B3. $(\varepsilon_1): 2y = (|\lambda| - 1)x + 2 \Leftrightarrow y = \frac{|\lambda| - 1}{2}x + 1$, άρα $\alpha_1 = \frac{|\lambda| - 1}{2}$

$(\varepsilon_1) \parallel (\varepsilon) \Leftrightarrow \alpha_1 = 3 \Leftrightarrow \frac{|\lambda| - 1}{2} = 3 \Leftrightarrow |\lambda| - 1 = 6 \Leftrightarrow |\lambda| = 7 \Leftrightarrow \lambda = 7$ δεκτή ή $\lambda = -7$ απορρίπτεται αφού $\lambda > 0$.

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Η f ορίζεται αν:
$$\begin{cases} x^2 - 2x + 1 \geq 0 \\ x^2 - 6x + 9 \geq 0 \\ x - 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-1)^2 \geq 0 \\ (x-3)^2 \geq 0 \\ x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in \mathbb{R} \\ x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow x \neq 1 \\ x \neq 1 \end{cases} \text{ . Άρα } A = \mathbb{R} - \{1\}$$

Γ2. Για $x > 1$ η συνάρτηση γράφεται:

$$f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 2x + 1}}{x-1} + \sqrt{x^2 - 6x + 9} = \frac{\sqrt{(x-1)^2}}{x-1} + \sqrt{(x-3)^2} = \frac{|x-1|}{x-1} + |x-3| =$$
$$\stackrel{x>1}{=} \frac{x-1}{x-1} + |x-3| = 1 + |x-3| = \begin{cases} 1+x-3, & x \geq 3 \\ 1-(x-3), & 1 < x < 3 \end{cases} \Leftrightarrow f(x) = \begin{cases} x-2, & x \geq 3 \\ -x+4, & 1 < x < 3 \end{cases}$$

Γραφική Παράσταση:

Για $x \geq 3$, $f(x) = x - 2$ με πίνακα τιμών:

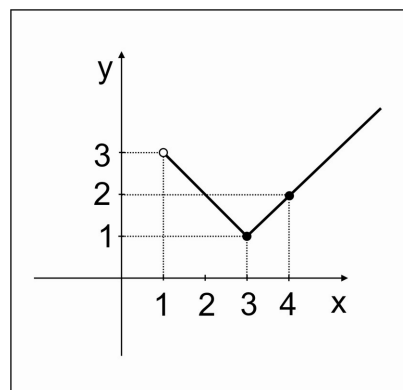
x	3	4
y	1	2

Για $1 < x < 3$, $f(x) = -x + 4$ με πίνακα τιμών:

x	1*	3*
y	3	1

*(Οι τιμές $x=1, x=2$ δόθηκαν καταχρηστικά αφού ο τύπος ορίζεται για $1 < x < 3$. Το κάναμε όμως, προκειμένου να βρούμε τα άκρα του ευθυγράμμου τμήματος).

Οπότε η γραφική παράσταση είναι αυτή του παρακάτω σχήματος.



Γ3. Το σύνολο τιμών της συνάρτησης f όπως φαίνεται από το γράφημα είναι $[1, +\infty)$ (η προβολή της C_f πάνω στον $y'y$).

Γ4. Γραφική επίλυση : $f(x)=1 \Leftrightarrow x=3$ (η τετμημένη του σημείου τομής της C_f με την $y=1$).

Αλγεβρική επίλυση: Για $x \geq 3$, $f(x)=1 \Leftrightarrow x-2=1 \Leftrightarrow x=3$ δεκτή.

Για $1 < x < 3$, $f(x)=1 \Leftrightarrow -x+4=1 \Leftrightarrow x=3$ απορρίπτεται

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Η ευθεία των εσόδων διέρχεται από την αρχή των αξόνων άρα έχει μορφή $(\varepsilon_1): y = ax$.

Επίσης $\Gamma(1,2) \in (\varepsilon_1) \Leftrightarrow a = 2$. Άρα $(\varepsilon_1): y = 2x$.

Η ευθεία των εξόδων $(\varepsilon_2): y = ax + \beta$ διέρχεται από τα σημεία $A(0,3)$ και $B(2,5)$ επομένως:

$$\begin{cases} A(0,3) \in (\varepsilon_2) \\ B(2,5) \in (\varepsilon_2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \cdot \alpha + \beta = 3 \\ 2\alpha + \beta = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \beta = 3 \\ 2\alpha + \beta = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \beta = 3 \\ \alpha = 1 \end{cases}$$

Άρα $(\varepsilon_2): y = x + 3$

Δ2. Τον 5^ο χρόνο λειτουργίας τα έσοδα είναι $y_{\varepsilon\sigma.} = 2 \cdot 5 = 10$ εκατοντάδες χιλιάδες ευρώ και τα έξοδα είναι $y_{\varepsilon\xi.} = 5 + 3 = 8$ εκατοντάδες χιλιάδες ευρώ.

Δ3. Η επιχείρηση θα παρουσιάσει κέρδη όταν τα έσοδα γίνουν μεγαλύτερα από τα έξοδα δηλαδή όταν $(\varepsilon_1) > (\varepsilon_2) \Leftrightarrow 2x > x + 3 \Leftrightarrow x > 3$ δηλαδή μετά τον 3^ο χρόνο λειτουργίας.

Επιμέλεια: Βιδάλης Ιωάννης, Ορφανού Ειρήνη

Τμήμα Μαθηματικών

Ορόσημο Αγίας Παρασκευής – Χολαργού - Παπάγου